Ekonometria (15 h, grupy: 415, 422, 425, 435, semestr letni, 2014/2015)

2. Zasady interpretacji wyników oszacowania w modelach statycznych. Modele liniowe i nieliniowe sprowadzalne do liniowych.

Zadanie 1. Wymień elementy składowe oraz zapisz interpretacje parametrów strukturalnych poniższych modeli.

1. **Model liniowy**

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \xi_t$$

$\beta_1 -$……………………………………………………………………………………………………
….……………………………………………………………………………………………………
$\beta_2 -$……………………………………………………………………………………………………
….……………………………………………………………………………………………………

2. **Model potęgowy (model nieliniowy sprowadzalny do postaci liniowej)**

$$y_t = \beta_0 x_{t1}^{\beta_1} x_{t2}^{\beta_2} e^{\xi_t}$$

$\beta_1 -$……………………………………………………………………………………………………
….……………………………………………………………………………………………………
$\beta_2 -$……………………………………………………………………………………………………
….……………………………………………………………………………………………………

3. **Model wykładniczy (model nieliniowy sprowadzalny do postaci liniowej)**

$$y_t = e^{\beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \xi_t}$$

$\beta_1 -$……………………………………………………………………………………………………
….……………………………………………………………………………………………………
$\beta_2 -$……………………………………………………………………………………………………
….……………………………………………………………………………………………………

Zadanie 2. Model popytu na dane dobro X ma postać:

$$p_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 d_t + \xi_t$$

gdzie: p_t - popyt na dobro X (w zł na os.)
x_t – dochód (w zł na osobę),
d_t - cena dobra (w zł).

Na podstawie przykładowych danych greene7_8.gdt (dane przykładowe z Gretla) dotyczących rynku paliw w USA w latach 1960-1995 zaproponowano model:

$$G_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 Pg_t + \varepsilon_t$$

gdzie:
$G_t -$ popyt na paliwo (mld USD),
$Y_t -$ dochód rozporządzalny (w USD na osobę),
$Pg_t -$ cena paliwa (USD na 1 galon) *(1 galon =3,78541178 l)*

Poniżej zamieszczono fragment wydruku z Gretla.

Model 1: Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1960-1995 (N = 36)
Zmienna zależna: G

	współczynnik	*błąd standardowy*	*t-Studenta*	*wartość p*	
const	*-79,7535*	*8,67255*	*-9,196*	*1,26e-010*	***
Y	*0,0369204*	*0,00131757*	*28,02*	*1,38e-024*	***
Pg	*-15,1224*	*1,88034*	*-8,042*	*2,80e-09*	***

a) Zapisz postać oszacowaną modelu.
b) Zinterpretuj parametry strukturalne modelu.
c) Oblicz i zinterpretuj elastyczności cząstkowe (dane początkowe, stan na 1995 rok- popyt 297,8 mld USD, dochód 11934 USD, cena paliwa 3,789 USD/galon)

Zadanie 3.[1] Dokonano próby analizy liniowej zależności między $L -$ wielkością nakładu pracy, $K -$ wielkością nakładów kapitału, a $Q -$ wielkością produkcji. Analizę oparto o model:

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 K + \varepsilon$$

W tym celu wykorzystano dane dotyczące produkcji obuwia w latach 1994 – 1999 (dane w tys. zł.). Po oszacowaniu model przyjął następującą postać:

$$Q_t = -127{,}39 - 0{,}65L_t + 1{,}92K_t + \hat{\varepsilon}_t$$

a) zinterpretuj oceny parametrów strukturalnych powyższego modelu
b) oblicz i zinterpretuj elastyczności cząstkowe przy wartościach początkowych nakładów pracy 508 tys. zł oraz kosztów kapitału 980 tys. zł.
c) oblicz i zinterpretuj parametry krańcowe dla powyższych danych.

Zadanie 4.. Klasyczna postać **funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa** (1928) przyjmuje postać $Q = \alpha_0 L^{\alpha_1} K^{\alpha_2} e^{\varepsilon}$, gdzie:
$Q -$ wielkość produkcji,
$L -$ wielkość nakładu pracy,
$K -$ wielkość nakładów kapitału,
$\varepsilon -$ składnik losowy,
$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 -$ parametry (dodatnie).
Na podstawie danych dotyczących produkcji pomp i sprężarek oszacowano model:

$$Q_t = 0{,}78{L_t}^{0{,}08}{K_t}^{1{,}03}e^{\hat{\varepsilon}_t}$$

a) Zapisz model w postaci zlogarytmowanej.
b) Zinterpretuj wyniki oszacowania.
c) Oblicz elastyczności cząstkowe przyjmując następujące wartości początkowe: wielkość produkcji 2077 tys. zł, koszty pracy 696 tys. zł, koszty kapitału 1444 tys. zł.
d) oblicz i zinterpretuj krańcową produktywność majątku oraz siły roboczej dla powyższych danych.

Zadanie 5. Oszacowano model postaci:

$$Pl_i = e^{\{0{,}145 + 0{,}025w_i + 0{,}03s_i + \hat{\xi}_i\}} \qquad i = 1,2,...,150$$

gdzie: Pl_i - płaca *i*-tego pracownika w danym przedsiębiorstwie (w zł), w_i - wydajność *i*-tego pracownika w tysiącach sztuk wykonanych elementów, s_i - staż pracy *i*-tego pracownika w latach.

a) Zapisz model w postaci zlogarytmowanej.
b) Zinterpretuj wyniki oszacowania.
c) Oblicz elastyczności cząstkowe przyjmując następujące wartości początkowe: wydajność 1000 sztuk, staż pracy 5 lat i 6 miesięcy.
d) Oblicz efekt krańcowy płacy względem wydajności zakładając wartości początkowe jak w punkcie C.

Teoria

Parametr przeciętny - określa, ile jednostek zmiennej objaśnianej przypada (w danym okresie) na jednostkę zmiennej objaśniającej.

$$PP(y, x_i) = \frac{y}{x_i}$$

Parametr krańcowy - określa, o ile jednostek zmieni się (wzrośnie/zmaleje) zmienna y_t, gdy zmienna x_{ti} wzrośnie o jednostkę w warunkach stałości pozostałych zmiennych objaśniających, lub inaczej, ile jednostek przyrostu zmiennej y_t przypada na jednostkę przyrostu zmiennej x_{ti}.

$$PK(y, x_i) = \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \qquad \Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \qquad \Delta x_{ti} = x_{ti} - x_{t-1,i} \qquad PK(y_t, x_{ti}) = \frac{\partial y_t}{\partial x_{ti}}$$

Elastyczność - określa, o ile procent zmieni się (wzrośnie/zmaleje) zmienna , jeśli zmienna wzrośnie o 1%, w warunkach stałości pozostałych zmiennych objaśniających.

$$E(y_t, x_{ti}) = \frac{\Delta y_t / y_t}{\Delta x_{ti} / x_{ti}} = \frac{PK(y_t, x_{ti})}{PP(y_t, x_{ti})} = \frac{\partial y_t}{\partial x_{ti}} \frac{x_{ti}}{y_t}$$

Ceteris paribus oznacza założenie o niezmienności pozostałych czynników, warunków, elementów, okoliczności itp., które wpływają na badane zjawisko ekonomiczne. Jest to zatem świadome uproszczenie rozumowania, które pozwala na badanie zależności między dwiema zmiennymi. Nie należy przy tym zapominać, że pozostałe, chwilowo pominięte zmienne też mają wpływ na przedmiot badań.

---

[1] Modele do zadania 3. i 4. wykorzystano z pracy: Kalinowski S. (2002), *Zastosowanie funkcji Cobba-Douglasa do analizy procesów produkcyjnych w polskich przedsiębiorstwach,* „Ruch prawniczy, ekonomiczny i socjologiczny”, t. 64, zeszyt 1, s. 167-185.

Model liniowy $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \xi_t$

Interpretacja: Jeżeli zmienna X_k wzrośnie o jednostkę, to wartość zmiennej Y zmieni się o β_k jednostek, przy niezmienności pozostałych czynników.

Parametry strukturalne wyrażają siłę i kierunek oddziaływania poszczególnych zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą.

$$PK(y_t, x_{ti}) = \frac{\partial y_t}{\partial x_{ti}} = \beta_i \qquad E(y_t, x_{ti}) = \frac{PK}{PP} = \beta_i \frac{x_{ti}}{y_t}$$

Modele nieliniowe sprowadzalne do postaci liniowej:

1. **Model potęgowy** $y_t = \beta_0 x_{t1}^{\beta_1} x_{t2}^{\beta_2} e^{\xi_t}$

Interpretacja: Jeżeli zmienna X_k wzrośnie o 1%, to wartość zmiennej Y zmieni się o β_k%, przy niezmienności pozostałych czynników.

Parametry strukturalne określają elastyczność zmiennej objaśnianej względem zmiennej objaśniającej.

$$PK(y_t, x_{ti}) = \frac{\partial y_t}{\partial x_{ti}} = \beta_i \frac{y_t}{x_{ti}} \qquad E(y_t, x_{ti}) = \frac{PK}{PP} = \beta_i$$

2. **Model wykładniczy** $y_t = e^{\beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \xi_t}$

Interpretacja: Jeżeli zmienna X_k wzrośnie o jednostkę, to wartość zmiennej Y zmieni się o $(e^{\beta_k} - 1)100\% \sim \beta_k 100\%$, przy niezmienności pozostałych czynników

$$PK(y_t, x_{ti}) = \frac{\partial y_t}{\partial x_{ti}} = \beta_i y_t \qquad E(y_t, x_{ti}) = \frac{PK}{PP} = \beta_i x_{ti}$$